STABILNOST KONSTRUKCIJA

Slavko Zdravković[1], Dragana Turnić[2], Marija Spasojević Šurdilović[3], Milan Gligorijević[3], Sandra Šaković[4]

Rezime: U radu se prikazuje ispitivanje stabilnosti inženjerskih konstrukcija, tj. uslovi koji moraju biti zadovoljeni da bi one ostale u stabilnom ravnotežnom položaju. Pri proveri kriterijuma stabilnosti, odnosno u procesu utvrđivanja graničnog stanja stabilnosti koriste se eksperimentalne i analitičke metode. Analitičke metode se zasnivaju na statičkom, dinamičkom i energetskom principu. Mi, u stvari, tražimo najmanju vrednost opterećenja, koje nazivamo kritično opterećenje, pri kojem prvobitno stabilan ravnotežni položaj postaje nestabilan. Koncept stabilnosti nazvan statički je verovatno najlakše razumljiv, mada ne uzima u obzir ubrzanje izazvano izvođenjem sistema iz ravnotežnog položaja, što se može nadoknaditi primenom D'Alanbert-ovog principa dodavanjem inercijalnih sila koje deluju na mase sistema. Na jedinstvenom numeričkom primeru pokazano je određivanje parametra kritičnog opterećenja.

Ključne reči: stabilnost konstrukcije, statički, dinamički i energetski princip, kritično opterećenje

Abstract: This paper presents the investigation of engineering structures stability, i.e. conditions that must be met so that they remain in stable equilibrium position. The experimental and analytical methods are used in checking the criteria of stability, or in the process of determining the limit state of stability. Analytical methods are based on static, dynamic and energetic principle. We, in fact, are looking for the lowest value of the load, called the critical load at which the original stable equilibrium position becomes unstable. Stability concept called as static is probably the easiest to understand, but does not take into account the acceleration caused by taking the system out of balance, which can be compensated by applying D'Alanbert's principle by adding the inertial forces acting on the masses of the system. The determination of critical load parameter is shown on the unique numerical example.

Key words: stability of structure, static, dynamic, energetic principle, critical load

[1] dr, redovni professor, Ekspert Saveznog ministarstva za nauku, tehnologiju i razvoj, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu, ul. Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš

[2] dipl.građ.inž., student doktorskih studija na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu u Nišu, ul. Al. Medvedeva 14, 18000 Niš

[3] mr, asistent, Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu, ul. Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš

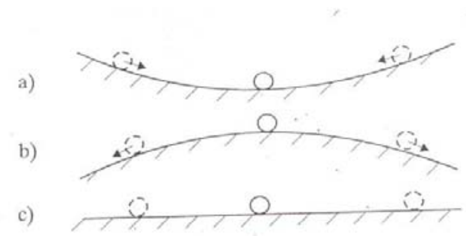
[4] građ. inž., Visoka tehnička škola, ul. Aleksandra Medvedeva 20, 18000 Niš

1 UVOD

Problem provere stabilnosti konstruktivnih sistema već više od dva milenijuma pobuđuje interesovanje naučnika i graditelja. Od Herona Aleksandrijskog do našeg vremena, mnoga slavna imena nauke, među njima se posebno ističu Leonardo Da Vinči u XV, Musschenbroek i Euler u XVIII, Young, Konsidere I Engesser u XIX i teoretičari u XX veku, bavili su se ovim problemom i dolazili do teorijskih i praktičnih rešenja.

Savremeno konstruisanje građevinskih konstrukcija, kako je to propisano u najnovijim Evropskim standardima, bazirano je na zadovoljenju sledeća četiri kriterijuma: kriterijumu čvrstoće, kriterijumu upotrebljivosti, kriterijumu stabilnosti i kriterijumu trajnosti. Treći kriterijum odnosi se na proveru svih aspekata lokalne i globalne stabilnosti konstrukcije. Kriterijum se proverava poređenjem stvarnih opterećenja sa nivoom opterećenja koja definišu granična stanja stabilnosti koja u klasičnoj nomenklaturi nazivamo kritična opterećenja. Kako je u pitanju neuravnotežen i metodološki neadekvatan tretman sva četiri kriterijuma, to ima za rezultat trajnost koja je dva do tri puta kraća od adekvatne. Bez istovremenog zadovoljenja sva četiri kriterijuma ne može se obezbediti propisana sigurnost i trajnost objekta. Procena kriterijuma stabilnosti može se izvršiti na osnovu eksperimenata i utvrditi da sistem poseduje određen koeficient sigurnosti samo ako smo pri ispitivanju stvarno i dostigli propisani nivo opterećenja. Odnosno, stvarni koeficient sigurnosti utvrđuje se na osnovu utvrđivanja nivoa kritičnog opterećenja pri kome je nastupio gubitak stabilnosti. Ovo stvara objektivnu poteškoću ako vršimo “in situ” ispitivanje pri kome nije dopuštena destrukcija sistema. Zbog toga je pogrešan zaključak zasnovan na eksploataciji rezultata eksperimentalnih ispitivanja kojima nije dostignuto granično stanje stabilnosti. Pojam stabilnosti je svakodnevan fizički pojam čije elementarno tumačenje ćemo dati na sledećem primeru.

Na sl.1. prikazani su različiti položaji glatke kuglice na podlozi bez trenja čija površina ima oblike označene kao: a) b) i c). Ako kuglicu, u slučaju konkavne površine, pomerimo do naznačenog položaja ona će nastaviti kretanje do središnjeg položaja sve do ponovnog vraćanja u njega. Zbog toga slučaj a) možemo okarakterisati kao stabilnu ravnotežu. Istovremeno kuglica izvedena iz srednjeg položaja kod konveksne površine ne može da se vrati u taj položaj, te slučaj b) definišemo kao nestabilnu ravnotežu. Konačno, u slučaju ravne površine podloge kuglica zadržava bilo koji položaj, te ga karakterišemo kao neutralna (indiferentna) ravnoteža. Pri proveri kriterijuma stabilnosti, odnosno u procesu utvrđivanja graničnog stanja stabilnosti, možemo koristiti analitičke i eksperimentalne metode. Analitičke metode se zasnivaju na statičkom, dinamičkom i energetskom principu.



Slika 1- Različiti slučajevi ravnoteže glatke kuglice na podlozi bez trenja

2 STATIČKI, DINAMIČKI I ENERGETSKI KRITERIJUMI STABILNOSTI

Analitičke metode se zasnivaju na statičkom, dinamičkom i energetskom pristupu. Statičkim pristupom se može rešiti ograničen broj problema stabilnosti na bazi pretpostavke o izvijenoj formi karakterističnu za gubitak stabilnosti za koju pretpostavljamo odgovarajuće jednačine ravnoteže. Dinamički pristup je znatno složeniji u odnosu na statički, pre svega zbog uključivanja i parametara vremena kao nezavisne promenljive. Energetski pristup je fizički najprimereniji analizama stabilnosti, jer je pitanje stabilnosti sistema u stvari pitanje odnosa spoljašnje energije sistema koji uzrokuje poremećaj sa tendencijom gubitka stabilnosti i unutrašnje energije samog sistema koja je toj tendenciji suprotstavljena. Za praktične potrebe niz aktuelnih analitičkih procedura određivanja stabilnosti bazirano je na rezultatima eksperimentalnih istraživanja.

2.1 STATIČKI KRITERIJUMI STABILNOSTI

Kao prvo potrebno je da definišemo pojam stabilne ravnoteže i kako je možemo najlakše ostvariti.

U ovom delu rada nećemo se baviti matematičkom analizom stabilnosti nekog sistema za razne nivoe

opterećenja (zbog ograničenog obima rada). Procena stabilnog stanja ravnoteže, zavisno od prirode dinamičkog odziva sistema je u odnosu na spoljašnje poremećaje. Konstrukcije su u stanju stabilnog stanja ravnoteže ako pri delovanju nekog spoljnjeg poremećaja imaju osobinu da se po prestanku tog poremećaja vrate u prvobitno stanje koje je bilo pre dejstva tog poremećaja. Konstrukcije su u stanju nestabilnog stanja ravnoteže ako pri delovanju nekog spoljašnjeg poremećaja imaju osobinu da se po prestanku tog poremećaja ne vrate u prvobitno stanje.
Koncept stabilnosti nazvan statički je verovatno najlakše razumljiv. Njime se razmatraju statičke sile u konstrukciji, nastale kao rezultat malih pomeranja konstrukcije od njenog ravnotežnog stanja. Ako takve statičke sile, koje, dakle, deluju na sistem kao posledica malih pomeranja sistema oko njegovog ravnotežnog položaja, nastoje da vrate sistem u njegov prvobitni položaj ravnoteže, takav prvobitni položaj sistema nazivamo položaj stabilne ravnoteže. Međutim, ako su statičke sile takve da remete sistem, onda prvobitan položaj sistema nazivamo nestabilnim ravnotežnim stanjem. Kritično stanje ove vrste ponekad označavaju uslov neutralne ravnoteže. Naime, stanje kritične ravnoteže može biti stabilno, neutralno ili nestabilno, dok je stanje neutralne stabilnosti, koje sa praktičnog stanovišta nije značajno, specijalan slučaj stanja kritične ravnoteže.

2.2 DINAMIČKI KRITERIJUM STABILNOSTI

U primeni statičkog kriterijuma stabilnosti proizilaze izvesne poteškoće, koje su, pre svega, rezultat ne uzimanja u obzir ubrzanja, stvorenog (prema Drugom Njutnovom zakonu) posle izvođenja sistema iz ravnotežnog položaja. Mnoge poteškoće u primeni statičkog sistema stabilnosti, pre svega u primeni ovog kriterijuma kod kontinualnih sistema, otklanjaju se ako umesto da sistem analiziramo sa statičkog stanovišta, razmatramo dinamička pomeranja sistema. Primenom D'Alambert-ovog principa možemo stvoreno dinamičko stanje zameniti statičkim stanjem, pri čemu se u daljoj analizi tretiraju i dodatne inercijalne sile koje deluju na mase sistema. Rezultati analize mogu potvrditi zaključke u kojima je definisan statički kriterijum stabilnosti. Ovde dobijene rezultate možemo da generalizujemo i na kompeksnije sisteme sa više stepeni slobode, pobuđenih malim poremećajima tako da efekti pobude brzo isčeznu kad se dejstvo ukloni, na sledeći način: Ako su frekvence tzv. malih vibracija oko ravnotežnog stanja realne ($\alpha^2 > 0$, pri čemu α označava kružnu frekvenciju slobodnih oscilacija), tada se analizirani sistem nalazi u stanju stabilne ravnoteže. Ako je makar jedna frekvencija malih vibracija sistema imaginarna ($\alpha^2 < 0$), tada se sistem nalazi u stanju nestabilne ravnoteže. I na kraju, ako je bilo koja frekvencija malih vibracija sistema jednaka nuli ($\alpha^2 = 0$), tada se sistem nalazi u stanju kritične ravnoteže. Procena stabilnosti za kritično stanje ravnoteže zahteva analizu nelinearnih vibracija. Ovde možemo samo konstatovati da se ne tvrdi da konstrukcija opterećena takvim opterećenjem, za koje je $\alpha^2 = 0$, ne može biti u stanju stabilne ravnoteže usled spomenutih dinamičkih poremećaja.

2.3 ENERGETSKI KRITERIJUM STABILNOSTI

Energetski kriterijum stabilnosti zasnovan je na analizi totalne potencijalne energije sistema, koja će biti obeležena sa P, a data je sledećim izrazom:

$$P = A + U \tag{1}$$

gde je: A potencijalna energija deformacije sistema od izotropnog linearno elastičnog materjala, dok U predstavlja elastični potencijal konzervativnih sila:

$$A = \frac{1}{2}\int_{v} \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} dV \tag{2}$$

$$U = -\int_{V} F_i u_i dV - \int_{S_E} p_i u_i dV \tag{3}$$

Ovde je izrazima σ_{ij} predstavljen tenzor napona, a ε_{ij} tenzor deformacije, dok su F_i, u_i i p_i vektor zapreminskih sila, pomeranja i površinskih sila.

Korišćenjem Lagrange-ovog principa virtualnih pomeranja, po kojem je zbir radova unutrašnjih i spoljašnjih sila i sila veze na svakom virtuelnom pomeranju sistema u slučaju ravnoteže sistema jednak nuli, dolazimo do sledećeg varijacionog izraza,

$$\delta P = 0 \tag{4}$$

kojim se zahteva da je promena totalne potencijalne energije celokupnog sistema pri svakom njegovom odstupanju od ravnotežne konfiguracije jednaka nuli, što možemo protumačiti kao uslov da totalna potencijalna energija P, izražena u funkciji pomeranja, ima u ravnotežnoj konfiguraciji razmatranog sistema ekstremnu vrednost.

Ako totalna potencijalna energija P sistema poraste kada sistem pretrpi virtualno pomeranje, treba pokazati da je tada ravnotežna konfiguracija sistema okarakterisana kao stabilna. Kada je:

$$\delta P > 0 \tag{5}$$

ravnotežna konfiguracija sistema definiše se kao stabilna. Ako totalna potencijalna energija sistema P opadne pri virtualnim pomeranjima sistema, ravnotežna konfiguracija takvog sistema se definiše kao nestabilna.

3 POJAM KRITIČNOG OPTEREĆENJA

U teoriji konstrukcija ispitujemo stabilnost inženjerskih konstrukcija, tj. Uslove koji moraju da budu zadovoljeni da bi one ostale u stabilnom ravnotežnom položaju. Stabilni ravnotežni položaj ćemo definisati na tri načina, primenjujući statički, dinamički i energetski kriterijum stabilnosti. Mi, ustvari, tražimo najmanju vrednost opterećenja, koje nazivamo kritično opterećenje, pri kojem prvobitno stabilan ravnotežni položaj postaje nestabilan. Polazeći od statičkog kriterijuma stabilnosti, možemo iskazati statičku definiciju kritičnog opterećenja na način kako je to učinio Euler: „Kritično opterećenje je najmanje opterećenje konstrukcije pri kojem pored njenog osnovnog ravnotežnog položaja postoji barem jedan drugi ravnotežni položaj". Polazeći od dinamičkog kriterijuma stabilnosti, možemo iskazati i dinamičku definiciju kritičnog opterećenja kako je to učinio M. Đurić [1]: „Kritično opterećenje konstrukcije, pri kojem odgovarajući poremećaji izazivaju kretanje (vibracije) konstrukcije koje nije ograničeno na neposrednu okolinu osnovnog ravnotežnog položaja konstrukcije". Mi ćemo se u nastavku služiti jednostavnijim statičkim kriterijumom stabilnosti (odnosno statičkom definicijom kritičnog opterećenja), koje je za elastične sisteme opterećene konzervativnim silama (a takvo opterećenje u praksi je najčešće) ekvivalentan dinamičkom kriterijumu. Analitička formulacija kritičnog opterećenja prema M. Đuriću [1] glasi: „Kritično opterećenje je najmanja vrednost opterećenja pri kome homogen sistem linearnih jednačina ima barem jedno rešenje različito od trivijalnog".

Diferencijalna jednačina elastične linije pravog štapa po teoriji drugog reda glasi:

$$\left(\psi \upsilon``\right)`` \pm k^2 \left(f \upsilon`\right)` = \frac{p(x)}{EI_c} - \left(\psi \alpha_t \frac{\Delta t}{h}\right)`` \tag{6}$$

gde je: $k^2 = S / EI_c$, E je modul elastičnosti, $\psi(x)$ i $f(x)$ su funkcije koje definišu promenu momenata inercije, odnosno opterećenje štapa duž njegove ose, I_c i S su unapred izabrane konstante. Gornji znak važi za slučaj pritisnutog a donji za slučaj zategnutog štapa.

Razmatramo štap konstantnog poprečnog preseka $(\psi = 1)$ opterećenog samo aksijalnom silom pritiska (*f=1*), pa homogena diferencijalna jednačina glasi:

$$v^{IV} + k^2 v`` = 0 \tag{7}$$

čije rešenje ima sledeći oblik:

$$v_h = C_1 + C_2 kx + C_3 \sin kx + C_4 \cos kx \tag{8}$$

gde su C_1, C_2, C_3 i C_4 integracione konstante koje nemaju određeno fizičko značenje ali im se može dati, a određuju se iz graničnih uslova na početku štapa (za *x=0*), dok je *kx* bezdimenzionalna veličina.

Prema tome, zadatak određivanja kritičnog opterećenja biće identičan čisto matemartičkom zadatku određivanja sopstvenih vrednosti sistema homogenih diferencijalnih jednačina (7). Svakoj od ovih sopstvenih vrednosti parametara opterećenja odgovara jedna određena funkcija *v(x)* koja zadovaljava kako diferencijalnu jednačinu problema tako i granične uslove. Ove funkcije nazivamo sopstvene ili svojstvene funkcije problema. Sopstvene funkcije imaju važnu osobinu ortogonalnosti kao i osobine ortogonalnosti prvih i drugih izvoda sopstvenih funkcija.

4 REŠENJE PROBLEMA STABILNOSTI SISTEMA PRAVIH ŠTAPOVA PRIMENOM METODE DEFORMACIJE

Kritično opterećenje definišemo kao najmanju vrednost opterećenja pri kojem homogen sistem jednačina linearizovane teorije drugog reda ima barem jedno rešenje osim trivijalnog. Homogen problem teorije drugog reda, slično kao u linearnoj teoriji, dat je sistemom od m jednačina obrtanja i n jednačina pomeranja [2]

$$A_{ii}\varphi_i + \sum_k A_{ik}\varphi_k + \sum_{j=1}^{n} B_{ij}\Delta_j = 0 \text{ , (i=1, 2, ..., m)} \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{m} B^{`}_{ji}\varphi_i + \sum_{l=1}^{n} C_{jl}\Delta_l = 0 \quad \text{(j=1,2,...,n)}$$

gde su uvedena obeležavanja:

$$A_{ii} = \sum_k a_{ik} + \sum_g d_{ig} + \sum_s e_{is} \,, \qquad (10)$$

$$A_{ik} = b_{ik} \,, \quad i \neq k$$

$$B_{ij} = B^{`}_{ji} = -\sum_k c_{ik}\psi_{ik,j} - \sum_g d_{ig}\psi_{ig,j} \,,$$

$$C_{jl} = \sum_{ik}(c_{ik} + c_{ki})\psi_{ik,j}\psi_{ik,l} + \sum_{ig} d_{ig}\psi_{ig,j}\psi_{ig,l} \pm EI_c \sum_{ab} \frac{\omega_{ab}^2}{L^{`}_{ab}}\psi_{ab,j}\psi_{ab,l} \,,$$

ili u matričnoj formi, izraženo preko blok matrica i jednačine

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^{`} & C \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi \\ \Delta \end{bmatrix} = 0 \,, \qquad (11)$$

U poslednjoj jednačini (10) gornji predznak se odnosi na zategnute a donji na pritisnute štapove, dok $\sum$ označava zbir po štapovima tipa k, tipa g i obostrano zglavkasto vezanim štapovima. Kritično opterećenje određujemo iz uslova da je determinanta sistema (11) jednaka nuli:

$$\det\begin{bmatrix} A & B \\ B^{`} & C \end{bmatrix} = 0 \,, \qquad (12)$$

Blok matrica A je kvadratna matrica sa *m* vrsta i *m* kolona. Blok matrica C je takođe kvadratna sa *n* vrsta i *n* kolona. Blok matrica B je pravougaona sa *n* vrsta i *m* kolona, dok je blok matrica B' transponovana matrica matrice B. Izraz (12) predstavlja jednačinu stabilnosti sistema na osnovu koje se, obzirom da se radi o problemu svojstvenih vrdnosti može odrediti niz „ω" a samim tim i niz vrednosti parametara kritičnog opterećenja. Od najvećeg praktičnog značaja je najmanja vrednost „ω" kojom je određena najmanja vrednost parametara opterećenja.

Koeficijenti u matričnoj jednačini (11) jesu isti koeficijenti iz uslovnih jednačina za određivanje deformacijski neodređenih veličina po teoriji drugog reda. Uslovne jednačine teorije po teoriji drugog reda samo su po svojoj formi iste kao jednačine teorije prvog reda, dok suštinska razlika postoji, s obzirom da konstante: a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ig} i e_{is} zavise od normalnih sila u štapovima nosača samo u teoriji drugog reda, dok su u teoriji prvog reda konstantne veličine. Treba napomenuti i naglasiti da se na ovaj način može rešavati ograničen broj zadataka određivanja kritičnog opterećenja sistema štapova, kada su vektori (slobodni članovi) A_0 i C_0 jednaki nuli.

$$A_{01} = \sum_k m_{ik} + \sum_g \overline{m}_{ig} + \sum_s \overline{\overline{m}}_{is} = 0 \,, \qquad (13)$$

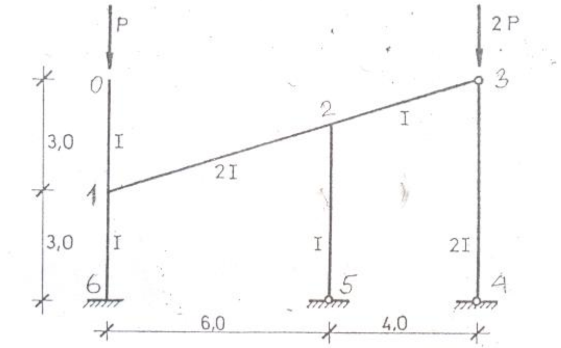
$$C_{0j} = -\sum_{ik}(m_{ik} + m_{ki})\psi_{ik,j} - \sum_{ig}\overline{m}_{ig}\psi_{ig,j} \mp EI_c \sum_{ab}\frac{\omega_{ab}^2}{L^{`}_{ab}}(\psi_{ab,t} + \psi_{ab,c})\psi_{ab,j} - R_j(p) = 0$$

Gde: m_{ik}, m_{ki}, $\overline{m}_{ig}$ i $\overline{\overline{m}}_{is}$ predstavljaju tkz. početne momente, a ψ_{ik} i ψ_{ig} ugao obrtanja štapa.

To znači da za nanošenje kritičnog opterećenja, za koje će doći do kritične ravnotežne konfiguracije sistema štapova, ti štapovi ne mogu biti opterećeni ni transverzalnim opterećenjem, ni temperaturnim promenama, kao ni temperaturnim razlikama, ni sleganjem oslonaca već samo silama u pravcu osa štapova. Iz jednačine (11) se uočava da sistem štapova i primenjeno opterećenje, za koje se traži kritična vrednost, moraju zadovoljiti uslov da rad takvog opterećenja pri svakom od parametara pomeranja $\Delta_j = -1$, primenjenog na rešetki sistema, mora biti jednak nuli, $R_j(p) = 0$. To dovodi do ograničenja kako tipova konfiguracije sistema štapova koji se primenom ovog postupka mogu rešavati, tako i rasporeda sila duž osa pojedinih štapova sistema. U slučaju kada je $A_0 \approx 0$ i $C_0 \approx 0$, takođe možemo primeniti ovaj postupak nalaženja kritičnog opterećenja sistema štapova, pri čemu moramo biti svesni da dobijeno kritično opterećenje ima nešto manju vrednost od tačne vrednosti, što ima za posledicu manje dimenzije štapova (pri njihovom dimenzionisanju) od stvarno potrebnih dimenzija, pri čemu, znači, nismo na strani sigurnosti.

5 NUMERIČKI PRIMER

Odrediti kritično opterećenje za sistem prikazan na sl.2. Normalne sile u štapovima odrediti iz rešetke sistema [2].



Sika 2 - Sistem sa kritičnim opterećenjem

Deformacijski neodređene veličine su: φ_1, φ_2 i Δ_1.

$$N_{10} = N_{16} = -P\,, \qquad N_{34} = -2P\,,$$

$$\omega_{10} = \omega_{16} = 3\sqrt{\frac{P}{EI}} = \omega\,,$$

$$\omega_{34} = 6\sqrt{\frac{2P}{2EI}} = 2\omega\,, \quad \omega_{12} = \omega_{23} = \omega_{25} = 0$$

Posle iznalaženja koeficijena uslovnih jednačina determinanta stabilnosti glasi:

$$D = \begin{vmatrix} 1{,}2765 + 0{,}3333\bar{a}_{16} + 0{,}3333\bar{e}_{10} & 0{,}6379 & -0{,}3333\bar{c}_{16} \\ 0{,}6379 & 2{,}6201 & -0{,}3906 \\ -0{,}3333\bar{c}_{16} & -0{,}3906 & 0{,}6667\bar{c}_{16} - 0{,}6667\omega^2 + 0{,}2441 \end{vmatrix} = 0$$

Zadatak rešavamo metodom probanja:

Za $\omega_{16}=\omega_{10}=\omega=0$ je: D=17,4161.

Za $\omega_{16}=\omega_{10}=\omega=1{,}20$ je: D=0,9625.

Za $\omega_{16}=\omega_{10}=\omega=1{,}25$ je: D= -0,005.

Iz prethodnih sledi: $\omega_{kr}=1{,}25$ pa za kritično opterećenje dobija se:

$$P_{kr} = \left(\frac{\omega_{kr}}{l_{kr}}\right)^2 EI = \left(\frac{1{,}25}{3}\right)^2 EI = 0{,}1736EI$$

6 ZAKLJUČAK

Procena kriterijuma stabilnosti može se izvršiti na osnovu eksperimenata i utvrditi da sistem poseduje određen koeficijent sigurnosti samo ako smo pri ispitivanju dostigli propisani nivo opterećenja. Ovo stvara objektivnu teškoću ako vršimo „in situ“ ispitivanje pri kome nije dopuštena destrukcija sistema. Zbog toga je pogrešan zaključak zasnovan na eksploataciji rezultata eksperimentalnih ispitivanja kojima nije dostignuto granično stanje stabilnosti. Pri proveri kriterijuma stabilnosti, odnosno u procesu utvrđivanja graničnog stanja, pored eksperimentalnih češće koristimo analitičke metode koje se zasnivaju na statičkom, dinamičkom i energetskom principu. Kao prvo potrebno je definisati pojam stabilne ravnoteže. Konstrukcije su u stanju stabilnog stanja ravnoteže ako pri delovanju nekog spoljnog poremećaja imaju osobinu da se po prestanku tog poremećaja vrate u prvobitno stanje koje je bilo pre dejstva tog poremećaja. Koncept stabilnosti nazvan statički je verovatno najlakše razumljiv, ali proizilaze izvesne teškoće koje su pre svega rezultat ne uzimanja u obzir ubrzanja, stvorenog posle izvođenja sistema iz ravnotežnog položaja. Primenom D'Alambert-ovog principa možemo stvoreno dinamičko stanje zameniti statičkim, pri čemu se u daljoj analizi tretiraju i dodatne inercijalne sile koje deluju na mase sistema. Energetski pak kriterijum stabilnosti zasnovan je na analizi totalne potencijalne energije sistema koja se sastoji iz potencijalne energije deformacije sistema od izotropnog linearno elastičnog materjala i elastičnog potencijala konzervativnih sila.

U teoriji konstrukcija ispitujemo stabilnost inženjerskih konstrukcija, tj. uslove koji moraju da budu zadovoljeni da bi one ostale u stabilnom ravnotežnom položaju. Mi se najčešće služimo statičkim kriterijumom stabilnosti (odnosno statičkom definicijom kritičnog opterećenja) koje je za elastične sisteme opterećene konzervativnim silama (a takvo opterećenje je u praksi najčešće) ekvivalentan dinamičkom kriterijumu. Analitička formulacija kritičnog opterećenja glasi: „Kritično opterećenje definišemo kao najmanju vrednost opterećenja pri kojem homogen sistem jednačina linearizovane teorije drugog reda ima barem jedno rešenje osim trivijalnog“. Zadatak određivanja kritičnog opterećenja biće identičan čisto matematičkom zadatku određivanja sopstvenih vrednosti sistema homogenih diferencijalnih jednačina. Homogen problem teorije drugog reda, slično kao u linearnoj teoriji, dat je sistemom od *m* jednačina obrtanja čvorova i *n* jednačina pomeranja. Uslovne jednačine teorije drugog reda samo su po svojoj formi iste kao jednačine prvog reda, dok suštinska razlika postoji, s obzirom da konstante: a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ig} i e_{is} zavise od normalnih sila u štapovima nosača samo u teoriji drugog reda, dok su u teoriji prvog reda konstantne veličine, a štapovi mogu biti opterećeni samo u pravcu svoje ose. Na kraju je na jednostavnom numeričkom primeru prikazano određivanje parametara kritičnog opterećenja.

ZAHVALNOST

Ovo istraživanje je sprovedeno u okviru programa istraživanja u oblasti tehnološkog razvoja za period 2011-2014, u oblasti Saobraćaj, urbanizam i građevinarstvo, projekat br. 36016, pod nazivom Eksperimentalno i teorijsko istraživanje linijskih i površinskih sistema sa polukrutim vezama sa aspekta teorije drugog reda i stabilnosti.

LITERATURA

[1] *Stabilnost i dinamika konstrukcija,* Đurić M. Građevinski fakultet u Beogradu, 1977.

[2] *Statika i stabilnost konstrukcija po teoriji drugog reda*, Čaušević M., Zdravković S.IP „Svetlost“ Sarajevo, 1992.

[3] *Stabilnost metalnih konstrukcija*, Kisin S. Građevinska knjiga Beograd, 1997.

[4] *Stabilnost konstrukcija-zbirka rešenih zadataka sa izvodima iz teorije,* Zdravković S, Uni. u Nišu, 1984.

[5] Jugoslovenskog društva konstruktera, Portorož, 1969.

[6] *Stability Design of Structures with Semi-Rigid Connections,* Igić T., Zdravković S., Zlatkov D., Živković S., Stojić N. Facta Universitatis, Series: Arch. And C. Enginee., Vol 8, N°2, 2010., Uni. of Nis, pp.261- 275.

[7] *Stabilnost koloseka od DTŠ pod uticajem letnjih temperatura,* Radivojević G., Ćirić P., Kostić A., Milovanović V. Nauka+Praksa Institut za građevinarstvo i arhitekturu Niš, br.13., 2010, Niš, str. 109-112.

[8] *Stabilnost ramova,* Popović B., Zbornik Radova Građevinskog fakulteta, Niš, br. 3, 1982, str. 125-134.