

UDK : 624.016:519.21

PRIMENA STOHAŠTIČKOG GAMA PROCESA ZA PREDVIĐANJE DETERIORACIJE SPREGNUTOG NOSAČA TIP DRVO-BETON

Nikola Velimirović¹, Dragoslav Stojić², Gordana Topličić-Ćurčić³, Nenad Stojković⁴

Rezime: Spregnuti sistemi tipa drvo-beton povećavaju upotrebu drveta u građevinarstvu, jer određene konstrukcije ne mogu biti izgrađene samo od drveta. U cilju razvijanja optimalnog programa održavanja, glavni zadatak je što preciznije predvideti deterioraciju konstrukcije tokom eksploatacionog veka. Cilj ovog rada je da predstavi jedan od modela za predviđanje deterioracije spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton koji će uzeti u obzir pravu prirodu procesa deterioracije. Analizirajući dugotrajno ponašanje spregnutog nosača tipa drvo-beton pod eksploatacionim opterećenjem, stohastički gama proces model je razmatran kao pogodan za modelovanje deterioracije i ocenu eksploatacionog veka.

Ključne reči: stohastički model deterioracije, spregnuti nosač tipa drvo-beton, predviđanje deterioracije, procena eksploatacionog veka.

APPLICATION OF STOCHASTIC GAMMA PROCESS FOR TIMBER-CONCRETE COMPOSITE BEAM DETERIORATION PREDICTION

Abstract: A timber-concrete composite system is increasing the use of timber in construction, because some structures cannot be built by timber alone. In order to develop optimal maintenance program, the main task is to accurately predict the structural deterioration over the life-cycle. The aim of this paper is to present the model for predicting the deterioration of the timber-concrete composite structures that will capture the true nature of the deterioration process. Analyzing the long-term behavior of the timber-concrete composite beam under the service load, the stochastic gamma process is recognized to be suitable for deterioration modelling and service life estimation.

Keywords: stochastic deterioration model, timber-concrete composite beam, deterioration prediction, service life estimation

¹ Nikola Velimirović, dipl. građ. inž., Građevinsko-arhitektonski fakultet, Univerzitet u Nišu

² Dr Dragoslav Stojić, dipl. građ. inž., Građevinsko-arhitektonski fakultet, Univerzitet u Nišu

³ Dr Gordana Topličić Ćurčić, dipl. građ. inž., Građevinsko-arhitektonski fakultet, Univerzitet u Nišu

⁴ Nenad Stojković, dipl. građ. inž., Visoka tehnička škola strukovnih studija u Nišu

1. UVOD

Prilikom projektovanja građevinskih konstrukcija od presudnog je značaja pronaći optimalno konstruktivno rešenje kao i optimalan način održavanja kako bi se obezbedilo njihovo bezbedno i nesmetano korišćenje tokom projektovanog eksploatacionog veka. Uticaj spoljašnje sredine je glavni uzrok deterioracije i smanjenja pouzdanosti postojećih konstrukcija. U cilju razvijanja optimalnog programa održavanja, glavni zadatak je što preciznije predvideti deterioraciju konstrukcije tokom njenog eksploatacionog veka. Cilj ovog rada je da predstavi jedan od modela za predviđanje deterioracije spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton koji će uzeti u obzir pravu prirodu procesa deterioracije.

Spregnute konstrukcije tipa drvo-beton predstavljaju konstruktivni sistem u kojem je drvena greda povezana sa betonskom pločom korišćenjem različitih tipova spojnih sredstava. Ovaj konstruktivni sistem se uspešno koristi prilikom izgradnje mostova širom sveta, za ojačanje postojećih drvenih podova, kao i za međuspratne konstrukcije u novoizgrađenim stambenim i poslovnim objektima [1]. Generalno, ovaj spregnuti sistem povećava upotrebu drveta u građevinarstvu, jer određene konstrukcije ne mogu biti izgrađene samo od drveta. *Yeoh i ostali* [2] su predstavili pregled istraživanja u vezi sa ovim spregnutim sistemom tokom poslednjih godina. Krutost drvene konstrukcije je značajno povećana povezivanjem sa betonskom pločom, što doprinosi boljim seizmičkim karakteristikama. Mnoga svojstva drvenih međuspratnih konstrukcija su poboljšana na ovaj način, kao na primer nosivost, toplotna i zvučna izolacija kao i otpornost na dejstvo požara.

Ponašanje ovog spregnutog sistema usled dugotrajnog opterećenja je veoma kompleksan problem i zavisi od reoloških karakteristika konstitutivnih materijala kao što su tečenje, skupljanje i bubrenje [3]. Važno je napomenuti da drvo i beton imaju različito ponašanje tokom vremena i da različito deluju na promenljive uticaje spoljašnje sredine tako da to u mnogome otežava opisivanje dugotrajnog ponašanja spregnutog sistema tipa drvo-beton. Kao posledica mehaničke veze između drvene grede i betonske ploče imamo to da se dilatacije u komponentalnim elementima ne mogu slobodno odvijati i da su one na neki način ograničene fleksibilnošću sistema veze. Posledica toga je i promenljivost raspodele napona i dilatacija unutar nosača što uzrokuje povećanje ugiba nosača tokom vremena. Opadanje temperature prouzrokuje veće

skupljanje betonske ploče u odnosu na drvenu gredu, što u suštini dovodi do povećanja ugiba spregnute grede. Takođe, povećanje relativne vlažnosti dovodi i do povećanja vlažnosti samog drveta, a samim tim i do njegovog bubrenja i ukupnog povećanja ugiba spregnute grede [4].

2. PROBABILISTIČKO MODELOVANJE DETERIORACIJE

Predviđanje deterioracije ima glavnu ulogu u efikasnom upravljanju građevinskim konstrukcijama u smislu potrebnog održavanja, popravke ili eventualne zamene pojedinih elemenata konstrukcije. Kako bismo aproksimirali i predvideli stvarni proces degradacije sigurnosti i pouzdanosti konstrukcije, koristimo modele deterioracije. *Frangopol i Soliman* [5] prikazali su kratak pregled nedavnih dostignuća u oblasti upravljanja eksploatacionim ciklusom infrastrukturnih sistema koji deterioriraju. Postojeći modeli deterioracije koji su do sada razmatrani u literaturi mogu se generalno svrstati u dve kategorije: deterministički i probabilistički modeli. Deterministički modeli deterioracije su široko prihvaćeni u procesu upravljanja održavanjem konstrukcija, međutim oni imaju određena ograničenja u realnim uslovima, s'obzirom da se pomoću njih vrši predviđanje budućeg stanja kao tačne vrednosti. Sa druge strane, uzimajući u obzir da je svaki proces starenja u prirodi stohastički proces, probabilistički model deterioracije daje predviđanje budućeg stanja sa određenom verovatnoćom pojave. Prema *Frangopolu* [6], probabilističko modelovanje deterioracije se može svrstati u dve osnovne kategorije: modelovanje slučajnom promenljivom i modelovanje stohastičkim procesom. Osnovna ideja modelovanja slučajnom promenljivom je da jedna ili više promenljivih u deterioracionom modelu predstavlja slučajnu promenljivu sa određenom raspodelom verovatnoće. U literaturi se najčešće razlikuju tri različita modela slučajne promenljive: model stope otkaza, model klasičnog indeksa pouzdanosti i model vremenski zavisnog indeksa pouzdanosti. Međutim, uvidelo se da ovi modeli imaju određena ograničenja jer nisu u stanju da na pravi način sagledaju vremenske efekte koji bi mogli biti relevantni za duge eksploatacione cikluse, poput onih kod građevinskih konstrukcija [7]. Ovakve stvari su možda još važnije kod spregnutih konstrukcija gde je izraženo različito ponašanje komponentalnih materijala tokom eksploatacionog veka. Stoga je svakako prikladnije baziranje modela deterioracije građevinskih objekata i infrastrukture na vremenski zavisnim stohastičkim

procesima koji su počeli da se primenjuju kao alternativa modelovanju slučajnom promenljivom. Da bi se pravilno modelovala vremenski promenljiva deterioracija, moramo se osloniti na stohastičke procese kao što je proces Markova, stohastički proces sa nezavisnim inkrementima [8]. Vrste procesa Markova koji se koriste za modelovanje deterioracije su diskretni proces Markova (lanac Markova) i procesi Markova sa neprekidnim vremenom. Lanac Markova je niz slučajnih promenljivih kod koga verovatnoća da se sistem nađe u određenom stanju u budućnosti zavisi samo od trenutnog stanja, a ne i od stanja u kojima se sistem nalazio u prošlosti. On predstavlja široko primenjen model u proceni performansi konstrukcija koje deterioriraju [9]. U ovom modelu se proces deterioracije posmatra kroz promenu stanja konstrukcije u diskretnim vremenskim intervalima. To je predstavljeno pomoću verovatnoća prelaza iz jednog stanja u drugo. Nažalost, u realnim uslovima verovatnoće prelaza su obično nepoznate i određuju se na osnovu sakupljenih podataka sa kontrolnih pregleda. U tradicionalnom modelu lanca Markova sve verovatnoće prelaza se smatraju determinističkim, jednom određene verovatnoće prelaza konstantne su tokom vremena. Primeri procesa Markova sa neprekidnim vremenom su Vinerov proces (Braunovo kretanje) i Gama Proces. Glavna razlika između ova dva stohastička procesa jeste da prvi ima nezavisne inkremente i dekreme, dok drugi ima samo nezavisne inkremente koji ga samim tim čine pogodnijim za modelovanje deterioracije koji je sam po sebi monoton proces.

3. STOHAŠTIČKI GAMA PROCES MODEL

Gama proces je stohastički proces sa nezavisnim, ne-negativnim priraštajima koji imaju gama raspodelu sa identičnim parametrom razmere. Stohastički gama proces model je pogodan za modelovanje postepene propagacije oštećenja tokom vremena sa malim priraštajima, tj. pogodan je za opisivanje habanja, zamora, tečenja, korozije, širenja pukotine, erozije itd. [8]. Pregledom dostupne literature, može se videti da je između ostalog ovaj model primenjen za opisivanje: širenja pukotine usled zamora [10], redukcije poprečnog preseka usled korozije [11], propagacije korozije čeličnih dokova [12], deterioracije mostova [13], kao i deterioracije stambenih zgrada [14].

Matematička definicija gama procesa je data na sledeći način. Uzmimo da slučajna promenljiva X ima gama raspodelu verovatnoće sa parametrom

oblika $k > 0$ i parametrom razmere $\theta > 0$ i neka je njena funkcija gustine raspodele verovatnoće data na ovaj način:

$$Ga(x|k, \theta) = \frac{x^{k-1}}{\Gamma(k) \cdot \theta^k} \exp\left\{-\frac{x}{\theta}\right\} \quad (1)$$

gde je

$$\Gamma(a) = \int_{z=0}^{\infty} z^{a-1} e^{-z} dz \quad (2)$$

gama funkcija za $a > 0$.

Neka je sada $k(t)$ neopadajuća, neprekidna s'desna, realna funkcija za $t \geq 0$, sa $k(0) = 0$. Gama proces sa funkcijom oblika $k(t) > 0$ i parametrom razmere $\theta > 0$ je neprekidan stohastički process $\{X(t), t \geq 0\}$ sa sledećim osobinama:

- $X(0) = 0$ sa verovatnoćom 1;
- $\Delta X(t) = X(t + \Delta t) - X(t) \sim Ga(\Delta k(t), \theta)$;
 $\Delta k(t) = k(t + \Delta t) - k(t)$
- $\Delta X(t)$ su nezavisni

Neka slučajna promenljiva $X(t)$ predstavlja deterioraciju u vremenu $t, t \geq 0$ i neka je funkcija gustine raspodele verovatnoće slučajne promenljive $X(t)$ u skladu sa definicijom gama procesa, data kao:

$$f_{X(t)}(x) = Ga(x|k(t), \theta) = \frac{x^{k(t)-1}}{\Gamma(k(t)) \cdot \theta^{k(t)}} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad (3)$$

sa matematičkim očekivanjem i varijansom:

$$E(X(t)) = k(t) \cdot \theta, \quad Var(X(t)) = k(t) \cdot \theta^2 \quad (4)$$

Koeficijent varijacije je definisan odnosom standardne devijacije i matematičkog očekivanja:

$$Cov(X(t)) = \frac{\sqrt{Var(X(t))}}{E(X(t))} = \frac{1}{\sqrt{k(t)}} \quad (5)$$

koji se smanjuje kako se vreme povećava. Sa druge strane, odnos varijanse i matematičkog očekivanja je $1/\theta$ i zbog toga ne zavisi od vremena.

Ako pretpostavimo da je varijabilnost deterioracije modelovana uz pomoć gama procesa, postavlja se pitanje kako očekivana deterioracija propagira tokom vremena. Empirijska istraživanja pokazuju da matematičko očekivanje deterioracije u vremenu t može biti aproksimirano pomoću stepene funkcije [8]:

$$E(X(t)) = k(t) \cdot \theta = ct^b \cdot \theta = at^b \propto t^b \quad (6)$$

za neke fizičke konstante $a > 0$ (ili $c > 0$) i $b > 0$.

Na osnovu prethodnih inženjerskih iskustava i dostupnih podataka o naučnim istraživanjima o

obliku očekivane deterioracije, parametar b može biti pretpostavljen kao konstanta. Neki od primera oblika očekivane deterioracije opisane pomoću stepene funkcije u zavisnosti od vrednosti parametra b prikazane su u tabeli ispod:

Tab.1 Neke od vrednosti izložilaca b stepene funkcije koja opisuje oblik očekivane deterioracije [8]

Vrsta deterioracije	parametar b
Deterioracija betona usled korozije armature	1
usled sulfatne agresije	2
usled kontrolisanog starenja	0.5
usled tečenja	1/8

Gama process može biti stacionaran, ako je matematičko očekivanje deterioracije linearno u vremenu, tj.kada je $b=1$ ili nestacionaran kada je $b \neq 1$.

Nakon određivanja parametra b , potrebno je odrediti i ostala dva parametra gama procesa, parametar oblika i parametar razmere. Za njihovo određivanje koriste neke od vrsta tačkastih ocena parametara, kao što su metoda momenata i metoda maksimalne verodostojnosti. U svrhu ocene parametra oblika i parametra razmere nestacionarnog gama procesa, neophodni podaci su vreme izvršenja kontrolnih pregleda t_i , $i=1, \dots, n$, gde je $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ i odgovarajuća vrednost kumulativne deterioracije $X(t_i)$, $i=1, \dots, n$, gde je $0 = X(t_0) \leq X(t_1) \leq X(t_2) \leq \dots \leq X(t_n)$.

3.1. METODA MOMENATA

Osnovno načelo metode momenata (MM) je da parametri raspodele mogu biti određeni na osnovu ocene matematičkog očekivanja i varijanse slučajne promenljive. Posmatrajmo sada nestacionarni gama process sa funkcijom oblika $k(t)=ct^b$ i parametrom razmere θ i pretpostavimo da je vrednost stepena b poznata, dok su vrednosti c i θ nepoznate. Kada je parametar tj. izložilac b poznat, onda nestacionarni gama proces može biti lako transformisan u stacionarni uvođenjem transformacije kalendarskog vremena t u operaciono vreme $z(t)=t^b$ i onda je vreme između tehničkih kontrola dato na sledeći način $w_i = t_i^b - t_{i-1}^b$, $i=1, \dots, n$. Ocene parametara c i θ na osnovu metode momenata dobijaju se rešavanjem sledećeg sistema jednačina:

$$\hat{c}\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{x_n}{t_n^b} = \Delta \bar{x},$$

$$\hat{c}\hat{\theta}^2 \cdot \left(\sum_{i=1}^n w_i - \frac{\sum_{i=1}^n w_i^2}{\sum_{i=1}^n w_i} \right) = \sum_{i=1}^n (\Delta x_i - \Delta \bar{x} w_i)^2 \tag{7}$$

3.1. METODA MAKSIMALNE VERODOSTOJNOSTI

Ocena nepoznatih parametara c i θ , pomoću metode maksimalne verodostojnosti (MMV), može se ostvariti maksimiziranjem logaritma funkcije verodostojnosti posmatranih priraštaja deterioracije $\delta_i = x_i - x_{i-1}$, $i=1, \dots, n$. Funkcija verodostojnosti je predstavljena kao proizvod nezavisnih funkcija gustine gama raspodele verovatnoće:

$$L(c, \theta) = \prod_{i=1}^n f_{X(t_i)-X(t_{i-1})}(\delta_i)$$

$$= \prod_{i=1}^n Ga(\delta_i | c[t_i^b - t_{i-1}^b], \theta)$$

$$= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\Gamma(c[t_i^b - t_{i-1}^b]) \cdot \theta^{c[t_i^b - t_{i-1}^b]}} \delta_i^{c[t_i^b - t_{i-1}^b] - 1} e^{-\frac{\delta_i}{\theta}} \tag{8}$$

Logaritmovanjem ove funkcije verodostojnosti, dobijamo sledeći izraz:

$$l(c, \theta) = \log L(c, \theta) = \sum_{i=1}^n (c[t_i^b - t_{i-1}^b] - 1) \log \delta_i$$

$$- c \sum_{i=1}^n [t_i^b - t_{i-1}^b] - \sum_{i=1}^n \log \Gamma(c[t_i^b - t_{i-1}^b]) - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n \delta_i \tag{9}$$

Izjednačavanjem prvih parcijalnih izvoda logaritma funkcije verodostojnosti priraštaja deterioracije $l(c, \theta)$ po c i po θ sa nulom, dobijamo sledeći sistem jednačina maksimalne verodostojnosti:

$$\frac{\partial l(c, \theta)}{\partial c} = \sum_{i=1}^n [t_i^b - t_{i-1}^b] \{ \log \delta_i - \psi(c[t_i^b - t_{i-1}^b]) - \ln \theta \} = 0$$

$$\tag{10}$$

$$\frac{\partial l(c, \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^n \delta_i - \frac{c}{\theta} \sum_{i=1}^n [t_i^b - t_{i-1}^b] = 0$$

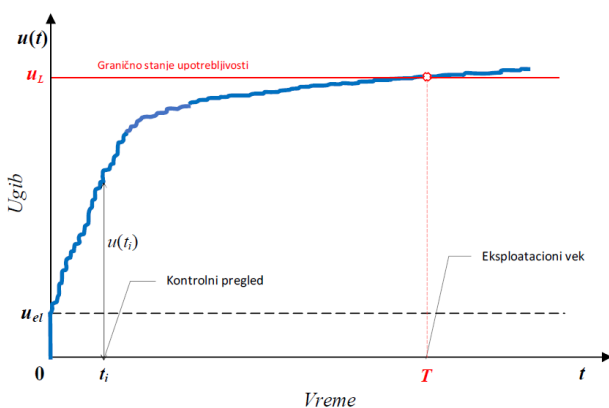
gde je $\psi(a)$ digama funkcija, odnosno izvod logaritma gama funkcije. Rešavanjem sistema

jednačina maksimalne verodostojnosti, dobijaju se ocene parametara c i θ na osnovu metode maksimalne verodostojnosti.

4. MODELOVANJE DETERIORACIJE SPREGNUTOG NOSAČA TIPRA DRVO-BETON

Modelovanje deterioracije određene konstrukcije kao i predviđanje trenutka kada će se dostići granično stanje upotrebljivosti predstavlja konstantan izazov za građevinske inženjere. Modelovanje deterioracije pomoću stohastičkog gama procesa predstavlja jednu uspešnu kombinaciju fizičkog i statističkog modela. Predviđanje budućeg stanja deterioracije vrši se na osnovu analize fizičke deterioracije u skladu sa kojom se utvrđuje određena zakonitost kao i na osnovu dostupnih podataka o trenutnom stanju. Ova metoda predstavlja sklad između inženjerskog znanja i iskustva sa jedne strane i statističkih podataka dobijenih sa kontrolnih pregleda koji otkrivaju trenutno stanje.

U ovom radu se razmatra spregnuti nosač tipa drvo-beton izveden mehaničkim spojnim sredstvima. Za spregnute nosače srednjeg i velikog raspona, najozbiljniji kriterijum graničnog stanja upotrebljivosti je maksimalni ugib [6], tako da ćemo se mi fokusirati na predviđanje ugiba u sredini raspona nosača opterećenog stalnim eksploatacionim opterećenjem i na osnovu toga vršiti ujedno i procenu njegovog eksploatacionog veka. Na osnovu toga, spregnuti nosač tipa drvo-beton će dostići granično stanje upotrebljivosti kada ugib u sredini nosača dostigne pretpostavljenu graničnu vrednost u_L , koja prema Evrokodu 5 [15] iznosi $l/250$.



Sl.1 Trend priraštaja očekivanog ugiba u sredini raspona spregnutog nosača tipa drvo-beton pod eksploatacionim opterećenjem

Radi lakše primene u praktične svrhe, mi ćemo razmatrati *relativni ugib* u sredini raspona nosača u vremenu t , koji ćemo definisati na sledeći način:

$$X(t_i) = \frac{u(t_i) - u_{el}}{u_{el}} \quad (11)$$

gde je $u(t_i)$ vrednost ugiba u vremenu t_i , a u_{el} inicijalni ugib meren odmah nakon nanošenja eksploatacionog opterećenja u vremenu t_0 .

Pošto smo definisali relativni ugib tokom vremena, onda možemo identifikovati i kritičan nivo ovog procesa deterioracije i njega označiti sa ρ .

$$\rho = \frac{u_L - u_{el}}{u_{el}} \quad (12)$$

Kada relativni ugib $X(t_i)$ dostigne pretpostavljeni kritični nivo ρ , posmatrani spregnuti nosač će dostići granično stanje upotrebljivosti. Kritična vrednost relativnog ugiba ρ za posmatrani nosač iznosi 3.543. Uzimajući u obzir samu prirodu ponašanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pod dugotrajnim opterećenjem i kako ona utiče na ugib spregnutog nosača, možemo zaključiti da je ugib posmatranog spregnutog nosača generalno varijabilan tokom vremena, a ujedno i monoton, tj. ne smanjuje se tokom vremena, tako da se može posmatrati kao stohastički gama proces.

Dugotrajni eksperimenti su sami po sebi veoma skupi i zahtevaju dosta pripreme. Sasvim je razumljivo da iz objektivnih razloga nije moguće sprovesti dovoljno dug eksperiment koji će pokriti ceo eksploatacioni vek. U nedostatku eksperimentalnih podataka mi smo primenili test ubrzanog starenja, koristeći deterministički model koji najbolje odslikava dugotrajno ponašanje spregnutog nosača tipa drvo-beton, a koji se oslanja na sprovedeni višegodišnji eksperimentalni test [16]. Ovaj pristup služi kako bismo simulirali stanje posmatranog nosača tokom vremena koji je praćen kroz periodične kontrolne preglede koji otkrivaju progres deterioracije.

Da bismo pronašli odnos između nivoa očekivane degradacije relativnog ugiba u sredini raspona nosača i vremena, mi smo fitovali dostupne podatke sa kontrolnih pregleda pomoću stepene funkcije. Ocenjivanje izložilaca b stepene funkcije oblika ct^b vršeno je pomoću metode najmanjih kvadrata, što je između ostalog predloženo i u radu [17]. Na osnovu sprovedene analize, utvrđeno je da parametar b iznosi 0.1368. Ovakva vrednost izložilaca stepene funkcije ukazuje na to da je deterioracija spregnutog nosača drvo-beton nelinearna u toku vremena i da se na

osnovu toga najbolje može opisati pomoću *nestacionarnog gama procesa*.

Nakon određivanja parametra b stepene funkcije ct^b koja opisuje oblik očekivane deterioracije ugiba spregnutog nosača tipa drvo-beton pod stalnim opterećenjem, izvršena je i ocena parametra oblika i parametra razmere posmatranog gama procesa. Ocena parametra gama procesa izvršena je primenom metode momenata i metode maksimalne verodostojnosti po prethodno opisanom postupku. Na taj način su definisani svi parametri nestacionarnog gama procesa.

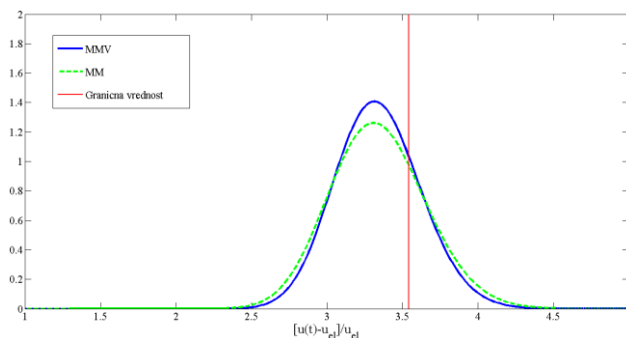
Tab.2 Vrednosti ocenjenih parametara gama procesa na osnovu dostupnih podataka do 20. god

Vrsta metode za ocenu parametara	Parametar oblika	Parametar razmere
	c	θ
MMV	86.663	0.0242
MM	69.58243	0.030147

4.1. PREDVIĐANJE DETERIORACIJE

Na osnovu ocenjenih svih parametara koji definišu gama proces sada možemo izvršiti procenu, odnosno predviđanje buduće deterioracije spregnutog nosača tipa drvo-beton. Prilikom modelovanja deterioracije pomoću gama procesa, a na osnovu definicije samog gama procesa imamo da priraštaji kumulativne deterioracije imaju gama raspodelu verovatnoće sa funkcijom oblika $ct^b > 0$ i konstantnim parametrom razmere θ .

Upoređićemo najpre predviđanje stanja relativnog ugiba posmatranog nosača u 30. godini na osnovu ocenjenih parametara metodom momenata (MM) i metodom maksimalne verodostojnosti (MMV), što je prikazano na slici 2. Korišćene vrednosti ocenjenih parametara prikazane su u tabeli 2.



Sl.2 Funkcije gustina raspodele verovatnoće relativnog ugiba u 30. godini eksploatacije

Sa prethodnog grafika se može videti dosta dobro slaganje rezultata predviđanja deterioracije, sa tom razlikom da predviđanje na osnovu metode maksimalne verodostojnosti ima nešto manje rasipanje podataka, odnosno nešto je preciznije.

4.2. EKSPLOATACIONI VEK

U praksi je od velikog značaja biti u mogućnosti da se što tačnije predvidi vreme kada će konstrukcija dostići granično stanje upotrebljivosti, jer je to od interesa kako vlasnika tako i potencijalnih investitora. Eksploatacioni vek konstrukcije T se može definisati kao trenutak kada deterioracija prekorači određenu graničnu vrednost ρ . Na osnovu gama raspodele priraštaja deterioracije, eksploatacioni vek posmatrane konstrukcije se može definisati u sledećem obliku:

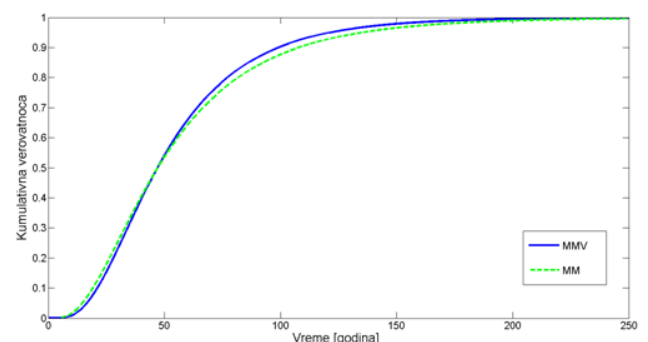
$$F_T(t) = \Pr\{T \leq t\} = \Pr\{X(t) \geq \rho\} \\ = \int_{x=\rho}^{\infty} f_{X(t)}(x) dx = \frac{\Gamma(ct^b, \rho/\theta)}{\Gamma(ct^b)} \quad (13)$$

gde je

$$\Gamma(a, x) = \int_{t=x}^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \quad (14)$$

nepotpuna gama funkcija za $x \geq 0$ i $a > 0$.

Na slici 3 je dat uporedni prikaz procene eksploatacionog veka na osnovu dostupnih podataka sa kontrolnih pregleda do 20. godine eksploatacije na osnovu ocenjenih parametara metodom momenata (MM) i metodom maksimalne verodostojnosti (MMV).



Sl.3 Funkcija kumulativne raspodele verovatnoće eksploatacionog veka na osnovu dostupnih podataka sa kontrolnih pregleda do 20. godine eksploatacije

5. ZAKLJUČAK

Predviđanje deterioracije ima glavnu ulogu u efikasnom upravljanju građevinskim konstrukcijama u smislu potrebnog održavanja, popravke ili eventu-

alne zamene pojedinih elemenata konstrukcije. Kako bismo predvideli stvarni proces degradacije sigurnosti i pouzdanosti konstrukcije, koristimo modele deterioracije. Deterministički modeli deterioracije su široko prihvaćeni u procesu upravljanja održavanjem konstrukcija, međutim oni imaju određena ograničenja u realnim uslovima, s'obzirom da se pomoću njih vrši predviđanje budućeg stanja kao tačne vrednosti. Sa druge strane, uzimajući u obzir da je svaki proces starenja u prirodi stohastički proces, probabilistički model deterioracije daje predviđanje budućeg stanja sa određenom verovatnoćom pojave. U ovom radu se razmatra spregnuti nosač tipa drvo-beton izveden mehaničkim spojnim sredstvima. Za spregnute nosače srednjeg i velikog raspona naj-ozbiljniji kriterijum graničnog stanja upotrebljivosti je maksimalni ugib, tako da smo se mi fokusirali na predviđanje ugiba u sredini raspona nosača opterećenog stalnim eksploatacionim opterećenjem i na osnovu toga vršili ujedno i procenu njegovog eksploatacionog veka.

Uzimajući u obzir samu prirodu ponašanja spregnutog nosača tipa drvo-beton pod dugotrajnim opterećenjem i kako ona utiče na ugib spregnutog noača, možemo zaključiti da je ugib posmatranog spregnutog nosača generalno varijabilan tokom vremena, a ujedno i monoton, tako da se može posmatrati kao stohastički gama proces. Za ocenu parametara stohastičkog gama proces modela primenjene su dve statističke metode, metoda momenata i metoda maksimalne verodostojnosti. Rezultati predviđanja deterioracije i ocene eksploatacionog veka na osnovu ocenjenih parametara pomoću obe metode pokazali su dosta dobra slaganja.

LITERATURA

- [1] Dias, A., Skinner, J., Crews, K. Tannert T. "Timber-concrete-composites increasing the use of timber in construction", *Eur. J. Wood Prod.* 74: 443. 2016.
- [2] Yeoh, D., Fragiaco, M., Francheschi, M. D., Boon, K. H. "The state-of-the-art on timber-concrete composite structures - a literature review", *J. Struct. Eng., ASCE*, Vol 37, 1085-1095. 2011.
- [3] Stepinac, M., Rajčić, V., Brabalić, J. "Influence of long term load on timber- concrete composite systems", *Grđevinar*, 67 (3), 235-246. 2015.
- [4] Fragiaco M., Schänzlin J. "The effect of moisture and temperature variations on timber-concrete composite beams". *11th World Conference on Timber Engineering WCTE 2010*, Riva del Garda (Italy), June 20-24, 2010, 8 pp., CD. 2010.
- [5] Frangopol, D.M., Soliman, M. "Life-cycle of structural systems: recent achievements and future directions", *Struct. Infrastruct. Eng.*, 12 (1), 1-20. 2016.
- [6] Frangopol D.M., Kallen M. and van Noortwijk J. M., *Probabilistic models for life-cycle performance of deteriorating structures: review and future directions*, Structural Engineering Materials, Vol. 6 , pp.197-212. 2004.
- [7] Pandey, M. D., Yuan, X. X., and van Noortwijk, J. M. "The Influence of Temporal Uncertainty of Deterioration on Life-Cycle Management of Structures", *Struct. Infrastruct. Eng.*, 5(2), pp. 145–156. 2009.
- [8] Van Noortwijk, J.M. "A survey of the application of gamma processes in maintenance", *Journal of Reliability Engineering and System Safety*, 94:2-21. 2009.
- [9] Straub, D., Faber, M.H. "Risk based inspection planning for structural systems". *Struct. Saf.* 27 (4), 335-355. 2005.
- [10] Lawless J, Crowder M. "Covariates and random effects in a gamma process model with application to degradation and failure". *Lifetime Data Anal*;10(3):213–27. 2004.
- [11] Kallen, M.J., van Noortwijk, J.M. "Optimal maintenance decisions under imperfect inspection". *Reliability Engineering and System Safety*; 90(2–3): 177–85. 2005.
- [12] Nicolai, R.P., Dekker, R., van Noortwijk, J.M. "A comparison of models for measurable deterioration: An application to coatings on steel structures", *Reliability Engineering and System Safety*, 92, 1635-1650. 2007.
- [13] Aboura, K., Samali, B., Crews, K. and Li, J. "Stochastic Processes for Modeling Bridge Deterioration", *Futures in Mechanics of Structures and Materials* (eds. T. Aravinthan, W. Karunasena, H. Wang), CRC Press / Balkema, Taylor and Francis Group, London, UK , 533-538. 2009.
- [14] Edirisinghe, R., Setunge, S., Zhang, G. "Application of Gamma Process for Building Deterioration Prediction", *Journal of Performance of Constructed Facilities*, Vol. 27, No. 6. 2013.
- [15] CEN. "Eurocode 5 - design of timber structures - part 1-1: General rules and rules for building sprEN 1995-1-1", *European Committee for Standardization*, Brussels, Belgium. 2003.
- [16] Fragiaco, M. "Long-term behaviour of timber-concrete composite beams. II: Numerical analysis and simplified evaluation", *J. Struct. Eng.*, 132(1), 23-33. 2006.
- [17] Nicolai, R.P., Dekker, R., van Noortwijk, J.M. "A comparison of models for measurable deterioration: An application to coatings on steel structures", *Reliability Engineering and System Safety*, 92, 1635-1650. 2007.